Introduction

Alain Lernould

(CNRS. UMR 8163. « Savoirs, Textes, Langage)

Que nul n'entre ici, s'il n'est géomètre[1]

Les *Éléments* d'Euclide furent composés au début de l'époque hellénistique, très probablement au début du III^e^ siècle avant l'ère chrétienne. Proclus de Lycie, appelé aussi Proclus « le Diadoque »[2], qui vécut de 412 ou 411 à 485, est un des derniers grands représentants de l'École d'Athènes du V^e^ siècle. Entre la rédaction des *Éléments* par Euclide et le commentaire de Proclus il y a donc un espace de près de huit siècles. Certes ce commentaire, qui s'inscrit dans une longue tradition de commentateurs grecs des *Éléments*, n'est pas le premier, ni le dernier[3]. Mais de même que les autres recueils d'*Éléments* de géométrie[4] composés avant Euclide ont disparu du fait de la supériorité reconnue de l'exposé euclidien, qui défiera les siècles, de même les commentaires, nombreux, qui ont précédé celui de Proclus ne nous ont pas été conservés, pas plus que ne nous est parvenu celui de Simplicius, le dernier des commentateurs grecs, au VI^e^ siècle, des *Éléments*. Ces deux textes, les *Éléments* d'Euclide d'un côté et le *Commentaire* de Proclus de l'autre se détachent ainsi dans une sorte de superbe isolement qu'ils partagent et qui en même temps révèle leur profonde complémentarité par-delà l'écart temporel. Ces deux ouvrages sont uniques, le premier en ce qu'il marque un moment capital dans l'histoire des mathématiques et en particulier de la géométrie, le second en ce qu'il donne un sens philosophique fort au premier.

1.– Telle est la maxime que Platon aurait fait inscrire à l'entrée de l'Académie ou de sa demeure, cf. Philopon, *In De an*. 117.27 Hayduck ; Elias, *In Cat*. 118.18 Busse.

2.– C'est-à-dire « le successeur », entendez : de Platon.

3.– Sont attestés les commentaires de Héron d'Alexandrie (dit « le mécanicien »), de Porphyre, de Pappus et de Simplicius, cf. Caveing (1990), 28-34. Proclus a-t-il commenté l'ensemble du traité d'Euclide ? Certains passages dans le commentaire semblent suggérer que telle était son intention (cf. *In Eucl*. 398.18s. ; 427.10). Mais Proclus laisse assez clairement entendre à la fin de son commentaire du Livre I qu'il n'ira pas plus loin (cf. *In Eucl*. 432.9-19).

4.– Comme le rappelle Caveing (1990), 18, les *Éléments* d'Euclide ne sont pas seulement un traité de géométrie, « sinon dans le sens où, pendant de longs siècles, "géométrie " a pu être synonyme de "mathématiques " ». Les Livres VII, VIII et IX sont connus sous le nom de « Livres Arithmétiques ».

Proclus est connu pour avoir écrit une œuvre immense, véritablement encyclopédique. De ses ouvrages qui nous sont parvenus (la plupart en partie seulement) les plus connus sont ses grands commentaires sur Platon, comme celui sur le *Timée*, celui sur le *Parménide* et celui sur le *Premier Alcibiade* ainsi que des ouvrages plus systématiques comme la *Théologie platonicienne* ou encore les *Éléments de physique* et les *Éléments de théologie* qui empruntent aux *Éléments* d'Euclide (et cela vaut surtout pour les deux derniers) leur forme axiomatique.

Le commentaire sur Euclide est un commentaire à part entière[5]. Il l'est même peut-être davantage que les autres. Le long Prologue est en effet divisé en deux ensembles, selon une progression où l'on va du tout à la partie. Une première partie porte sur les mathématiques en général tandis qu'une seconde traite plus particulièrement de la géométrie et des *Éléments* d'Euclide. Ces deux parties sont suffisamment autonomes pour constituer chacune une unité distincte si bien que l'on peut considérer que nous avons deux Prologues au lieu d'un[6]. Ces deux Prologues développent, comme toutes les introductions aux commentaires exégétiques de type néoplatonicien, un certain nombre de questions, ou points capitaux (κεφάλαια)[7], qu'il faut aborder préalablement à la lecture du texte qui va être commenté. Ils ont donc une fonction éminemment pédagogique[8] et se révèlent par là être des sources précieuses pour la compréhension des *Éléments*. C'est ainsi que nous est livrée dans le chapitre sept du Prologue II la nature même des « éléments », c'est-à-dire des propositions géométriques contenus dans le traité d'Euclide. Par « éléments » il faut entendre en effet : propositions fondamentales permettant d'établir tout autre résultat qu'on voudra en géométrie[9]. Les *Éléments* ne constituent donc pas une somme du savoir géométrique à l'époque d'Euclide. Ils sont un exposé de ces seules proposi-

5.– De manière un peu surprenante le *Commentaire sur le 1er Livre des* Éléments *d'Euclide* est classé par H.D. Saffrey et L. G. Westerink non pas dans la catégorie « commentaires », à côté par exemple des commentaires sur Platon, mais dans la catégorie « traités de mathématiques et d'astronomie », cf. *Théol. plat.*, I, lix. N. Hartmann avait au contraire bien reconnu l'appartenance de l'*In Euclidem* au genre du commentaire philosophique : « Proclus est foncièrement un commentateur, là même où il ne commente pas à proprement parler. Le prologue au Commentaire d'Euclide est peut-être le plus philosophique de ses écrits. De toute évidence il entend nous donner là une introduction purement systématique. Mais même ce travail devient chez lui commentaire » (dans Breton [1969], 187).

6.– On trouvera *infra* en Annexe à l'Introduction une analyse de ces deux Prologues. En disant que les deux parties du Prologue constituent deux unités je ne veux pas dire bien sûr que ce Prologue en deux parties est lui-même indépendant du commentaire auquel il introduit, bien au contraire.

7.– Là-dessus, cf. I., Hadot (1990a), 33ss. et 46s. ; Hoffmann (2006), 614.

8.– Cf. Hoffmann (1998), 221ss.

9.– Les « éléments » ne sont pas des « propositions élémentaires » au sens scolaire du terme et le traité euclidien n'est pas n'est un manuel scolaire, cf. Caveing (1990), 85, note 205.

tions fondamentales, qui elles-mêmes sont données dans un ordre synthétique logique dans lequel les propositions qui jouent le rôle de principes précèdent celles qui les utilisent et dépendent d'elles[10]. C'est pourquoi le traité d'Euclide est une στοχείωσις, une mise en ordre d'éléments, ce que rend parfaitement bien le terme latin correspondant d'*elementatio*[11]. Par ailleurs, toujours dans le second Prologue, Proclus consacre un chapitre[12] à l'histoire de la géométrie et à la genèse des *Éléments* d'Euclide. Ce texte est une source importante pour notre connaissance de l'histoire de la mathématique grecque[13]. D'après le résumé de Proclus Hippocrate de Chio serait le premier à avoir composé des *Éléments*. La difficulté dans ce genre d'entreprise, nous dit Proclus, est de sélectionner et d'ordonner comme il faut les « éléments ». Il faut aussi être concis, se débarrasser du superflu. Sur tous ces points « on trouvera que le traité d'Euclide surpasse les autres »[14].

Mais l'intérêt premier de Proclus n'est pas les mathématiques en tant que telles. Proclus, certes, ne dédaigne pas les mathématiques ordinaires[15] et l'on trouve dans son commentaire nombre de développements consacrés à des questions disons « techniques » qui portent par exemple sur la distinction en géométrie entre « problème » et « théorème »[16], sur la division euclidienne des principes en « définitions » (que Proclus appelle « hypothèses »)[17], « postulats » et « notions communes »[18], ou encore sur les méthodes que sont l'analyse, la synthèse et la réduction à l'impossible[19]. Il éclaire de manière très précise la formulation des énoncés euclidiens[20], expose les objections qui ont été faites à certaines des propositions euclidiennes et les réponses qui y ont été apportées[21]. Proclus complète aussi volontiers certaines des démonstrations d'Euclide par les démonstrations alternatives que des mathémati-

10.– C'est ainsi que le tout premier problème des *Éléments* (la Proposition I, 1), qui est supérieur à tous les autres problèmes, est un « élément » pour les autres problèmes (ou autres propositions), cf. *In Eucl.* 222.16-19.

11.– Le traité d'Euclide ne présente pas cependant une unité et une homogénéité parfaites. Il est la synthèse achevée des travaux qui l'ont précédé et les matériaux intégrés peuvent garder de leur origine une relative autonomie, ce qui fait qu'on a pensé que les *Éléments* d'Euclide, comme la Bible, contenait plusieurs couches d'écritures historiquement déterminables. Là-dessus voir Caveing (1990), 88s.

12.– Le chapitre quatre.

13.– Une autre source est la *Collection* de Pappus d'Alexandrie, mathématicien du début du IV^e^ siècle.

14.– *In Eucl.* 74.9-11.

15.– Sur l'intérêt que porte Proclus aux mathématiques ordinaires dans l'*In Euclidem* cf. Mueller (1987), en part. p. 309 et 317s.

16.– *In Eucl.* 77.7-81.23.

17.– Là-dessus cf. l'article de Fr. Romano dans le présent volume.

18.– *In Eucl.* 75.27-77.6.

19.– *In Eucl.* 254.22-256.10.

20.– Cf. par exemple l'explication de l'énoncé de la Proposition, I, 7 en *In Eucl.* 259.20-260.9.

21.– Cf. *e.g.* *In Eucl.* 286.12-289.6 les objections faites à la Proposition I, 12.

ciens postérieurs à Euclide ont pu faire[22], mais qui parfois aussi sont de lui-même[23]. Néanmoins c'est le point de vue du philosophe néoplatonicien qui prime ici. Proclus s'intéresse à Euclide parce que ce dernier fait partie, selon lui, de l'École de Platon. Le but du traité d'Euclide est la construction des cinq figures géométriques dont Platon se sert dans le *Timée* pour expliquer la genèse des quatre éléments (le feu, l'air, l'eau et la terre) et celle du monde[24].

Les deux Prologues au commentaire offrent ainsi à Proclus le lieu de développer des thèmes majeurs de la philosophie des mathématiques de l'Antiquité tardive. C'est ainsi que la première question préalable – le premier « point capital » (κεφάλαιον)- qui est traitée dans le Prologue I (chapitre un) développe l'idée que l'essence mathématique est intermédiaire entre l'essence intelligible (simple, immatérielle) et l'essence sensible (divisée dans la matière)[25]. De la même manière, le Prologue II s'ouvre sur un premier point capital qui est celui du statut ontologique des objets géométriques, à savoir, s'ils sont en eux-mêmes séparés ou non des choses sensibles. C'est dans le cadre de cette question que Proclus développe une de ces théories philosophiques certainement les plus importantes, je veux dire la théorie de l'imagination, qui fait de lui un précurseur de Descartes[26] ou encore du schématisme de Kant. Ce n'est pas le lieu ici de développer cette théorie proclienne de l'imagination. Les traits principaux en sont les suivants. Tout d'abord elle présuppose la doctrine selon laquelle l'âme est constituée de toutes les formes mathématiques (arithmétiques, géométriques, harmoniques, sphériques). « Platon constitue l'âme de toutes les espèces mathématiques », nous dit Proclus[27] commentant le fameux passage dans le *Timée* (35a-36c) où est décrite la fabrication de l'Âme du Monde par le Démiurge. Ce qui vaut pour les âmes (totales) divines vaut aussi pour les âmes raisonnables (partielles) humaines. Elles aussi ont leur essence constituée de ces raisons mathématiques, qui ne sont pas les objets des mathéma-

22.– *In Eucl*. 345.9-347.11 les démonstrations alternatives de Menelaüs d'Alexandrie et de Héron le Mécanicien à la Proposition I, 25.

23.– Cf. *e.g. In Eucl*. 312.1-22 la démonstration alternative de Proclus à la Proposition, I, 17. Voir aussi *In Eucl*. 338.1-340.7 où Proclus complète la démonstration euclidienne de la Proposition I, 24 en traitant les cas de figures qu'Euclide a omis.

24.– Cf. Prologue II, chapitre 6, *In Eucl*. 68.20-23 : « Euclide appartient à la secte platonicienne et il est familier de la philosophie de Platon. Aussi a-t-il donné comme but à ses *Éléments* la construction des figures qu'on appelle platoniciennes ». De fait le Livre XIII des *Éléments* (qui est le dernier Livre proprement euclidien, les Livres XIV et XV ayant été ajoutés postérieurement à Euclide) a pour objet la construction des polyèdres réguliers.

25.– Cf. *Tim*. 35a1ss. où c'est l'Âme du Monde qui est dite être une troisième substance composée entre la substance indivisible et qui reste toujours la même et la substance divisible qui devient dans les corps. Sur le problème concernant l'identification, de l'âme avec les formes mathématiques, cf. Merlan (1968^3) ; Brisson (1998^3), 324ss..

26.– Cf. l'article de Rabouin dans le présent volume.

27.– *In Eucl*. 16.16s.

tiques ordinaires, mais des raisons « essentielles », ou « substantielles » (λόγοι οὐσιώδεις), simples, indivisibles, séparées (immatérielles), bref des formes pures qu'il faut situer, dans le cadre d'une tripartition « pythagoricienne » du réel, entre les Formes intelligibles, totalement transcendantes (les modèles dans l'Intellect Démiurgique) et les réalités sensibles (les formes engagées dans la matière)[28]. Reprenant le fameux passage dit « de la ligne » dans la *République* de Platon (*Rép*. VI, 509d-511e) Proclus associe à ces formes intermédiaires mathématiques une faculté de connaissance spécifique, la pensée discursive ou διάνοια, tandis qu'il associe aux Formes paradigmatiques l'intellection ou νόησις, qui se caractérise par le fait qu'elle est une saisie simple et globale (ἀθρόως), comparable à un contact, de tous les intelligibles à la fois. Les formes mathématiques sont des images des Formes transcendantes. En tant que telles les formes mathématiques sont inférieures en simplicité aux Formes transcendantes, mais, de par leur précision et leur immatérialité, elles sont supérieures aux réalités sensibles. Elles sont des formes séparées, des formes de l'ordre de l'essence, des « raisons essentielles » comme il a été dit, donc indivisibles, simples, sans étendue. Mais alors comment peut-il y avoir des *sciences* mathématiques, et en particulier une *science* géométrique ? :

> Si les objets de la géométrie sont hors de la matière et sont des raisons pures et séparées des sensibles, ces raisons seront toutes sans parties, incorporelles et sans grandeur… Comment donc couperons-nous encore la droite, le triangle et le cercle ? Comment dire les différences entre les angles, dire leurs accroissements et leurs diminutions, et < dire les différences entre > les figures comme les figures triangulaires ou quadrangulaires ? Comment parler de contact dans le cas de cercles ou de droites ? [29]

Inversement, si on dit que les objets de la géométrie ne sont pas séparés du sensible, comment peut-on dire, comme le fait Platon, que la géométrie nous délie du sensible ? Comment peut-on dire que les raisonnements en géométrie sont exacts et irréfutables s'ils portent sur des objets dénués de toute précision, de toute stabilité, de toute identité ?

Pour résoudre cette aporie et sauver la science géométrique Proclus a recours à la distinction des trois états de l'universel, à savoir : l'universel « antérieur aux multiples », l'universel « dans les multiples » et l'universel « postérieur aux multiples », c'est-à-dire l'universel « abstrait » chez Aristote, et il introduit l'imagination comme matière intelligible pour différencier

28– *In Tim*. I, 8.14-16 : « le réel se divise en trois domaines : les Intelligibles, les êtres physiques, et les intermédiaires, je veux dire ce qu'on nomme usuellement entités mathématiques ». Sur l'interprétation néokantienne du réalisme mathématique des Néoplatoniciens, cf. Cassirer (1906-1999), 37, qui interprète le réalisme conceptuel de Proclus et de Képler comme *apriorisme* kantien. Sur les Passages parallèles entre Proclus et Képler cf. Schönberger-Steck (1945).

29.– *In Eucl*. 49.24-50.6

deux types d'universaux « dans les multiples » : l'universel dans la matière sensible, et l'universel dans la matière intelligible qu'est l'imagination. Les objets de la science géométrique sont des universaux « dans les multiples » qui existent dans la matière intelligible qu'est l'imagination. En même temps Proclus rejette fortement l'idée aristotélicienne selon laquelle les objets du géomètre seraient des concepts empiriques abstraits. Les cercles « imaginés » du géomètre ne dérivent pas par « abstraction » des cercles sensibles. Ils procèdent des λόγοι οὐσιώδεις que possède la διάνοια, c'est-à-dire de ces raisons « essentielles » dont est constituée la διάνοια et qui ont le statut d'universaux « antérieurs aux multiples »[30]. Parce qu'ils sont dans une matière, les objets du géomètre ont donc une étendue et sont plusieurs, et parce que cette matière est intelligible, et surtout, parce qu'ils dérivent de raisons « psychiques » essentielles, images des Formes intelligibles, ils ont l'exactitude que leur confère leur source transcendante. Ainsi peut être « sauvée » la science géométrique. En même temps Proclus ne se contente pas de livrer les conditions de possibilité de l'existence d'une science géométrique. Il en donne aussi sa raison d'être et sa finalité. Si la pensée discursive projette dans la matière intelligible qu'est l'imagination les raisons qu'elle possède en elle sous le mode de l'essence c'est parce qu'elle est trop faible pour voir ces raisons « de manière repliée », dans un acte qui serait, au niveau de la pensée discursive, une forme d'intellection (νόησις)[31]. Mais cette projection des raisons « essentielles » ou « substantielles » dans l'imagination doit permettre un retour à l'intériorité de l'âme, c'est-à-dire une remontée vers ces mêmes raisons innées[32]. Tout ceci est dit de très belle

30.– *In Eucl*. 17.22-18.4 : Les raisons des entités mathématiques, raisons qui sont constitutives de l'essence de l'âme, sont donc essentielles et automotrices ; et c'est en projetant et en déroulant ces raisons que la pensée discursive (διάνοια) produit les connaissances mathématiques dans toute leur diversité ; et jamais elle ne cessera < de les produire >, car toujours elle < les > produit et en découvre d'autres après d'autres tandis qu'elle déploie ses raisons indivises. Car elle a assumé à l'avance toutes choses sous forme de principes, et en vertu de sa puissance infinie elle projette à partir de ces principes qu'elle a préassumés toutes sortes d'objets d'études (θεωρήματα) < mathématiques >.

31.– Ce qui distingue l'intellection de l'intellect de celle de l'âme est le fait que dans le cas de l'âme l'intellection est transitive, passe d'une forme à l'autre, cf. *In Tim*. I, 246.2-9 et 246.10-248.6 (l'interprétation du mot λόγος en *Tim*. 28a1 : le λόγος est en l'âme rationnelle ce qui intellige « sans pourtant intelliger tous les objets ensemble, mais passant de l'un à l'autre, cependant que, au cours de ce passage, il intellige tout ce qu'il intellige comme un et comme simple », *In Tim*. I, 246.8s.). Voir aussi *In Tim*. II, 243.17ss. : « L'intellect contemple à la fois tout l'Intelligible ; l'âme en revanche a une activité transitive. Car, même si tu parles de l'Âme du Tout, elle approche tantôt une Forme, tantôt une autre : c'est là en effet le propre de l'âme, exercer son activité dans une suite de moments temporels, comme Platon le dit dans le *Phèdre* (247d1ss.) ».

32.– Sur ce point je m'écarte de l'article de D. Nikulin (dans le présent volume) qui comprend que les λόγοι qui sont dans l'âme et qui sont projetés dans l'imagination sont les définitions, par exemple la définition du cercle, et que la remontée depuis le cercle imaginé se manière dans ce passage capital où Proclus confère très clairement à la géométrie le rôle de pivot dans la conversion de l'âme vers les raisons mathématiques substantielles qui sont en elle :

> *In Eucl*. 54.27-56.4 : La pensée discursive contient en effet en elle les raisons < essentielles >, mais elle est trop faible pour les voir de manière repliée. Elle les déploie donc, les fait venir au jour et les produit dans l'imagination sise dans le *vestibule*[33]. En elle, ou même avec elle, elle déroule la connaissance de ces raisons en se réjouissant de la séparation d'avec les sensibles et en trouvant que la matière imaginative convient bien pour être le réceptacle de ses propres formes. Sa pensée (νόησις)[34] s'accompagne donc de l'imagination, les compositions et divisions des figures sont imaginaires (φανταστaί) et la connaissance < qu'elle déploie ainsi > est un chemin vers l'essence dianoétique[35] ; mais elle n'est pas encore remontée à celle-ci tant que la pensée discursive regarde vers les choses extérieures[36] < à elle > et que ce sont ces choses extérieures qu'elle étudie d'après les choses (*sc*. les λόγοι οὐσιώδεις) qui sont à l'intérieur d'elle et tant que, en s'appuyant sur les projections < dans l'imagination > des raisons < essentielles >, d'elle-même elle se meut vers l'extérieur[37]. Mais si à un moment elle pouvait se convertir vers elle-même en ramassant sous une forme concentrée les empreintes étendues spatialement et en étudiant la multiplicité non pas sous la forme d'empreintes, mais d'une manière unifiée, c'est alors de manière éminente qu'elle verrait les raisons géométriques, celles qui sont sans parties, sans étendue, essentielles, dont

---

fait juqu'au λόγος du cercle, c'est-à-dire jusqu'à la définition du cercle. Là-dessus voir Lernould, « Le statut ontologique des objets géométriques dans l'*In Euclidem* de Proclus », à paraître aux *Études Platoniciennes*.

33.– L'image du « vestibule » vient du *Philèbe* (64c1) où il est question du Bien et de la vie heureuse.

34.– La νόησις n'est pas ici l'intellection au sens propre du terme, qui est vision d'ensemble d'un seul coup (ἀθρόως) des « touts » (des intelligibles). Sur la connaissance discursive de l'âme rationnelle comme forme d''intellection', cf. *In Tim*. I, 244.16-19 : « La cinquième intellection est celle de l'âme rationnelle. Car, de même que l'âme rationnelle est dite « intellect », de même son mode de connaissance est une « intellection », à savoir une intellection discursive, qui implique, comme concomitant naturel, le temps ». « Intellection » est pris ici en en un sens large (qui peut inclure l'imagination, cf. *In Tim*. I, 244.19-25), qu'il faut distinguer de l'intellection au sens propre du terme, laquelle est propre à l'intellect, mais peut aussi être attribuée à l'âme rationnelle avec cette nuance que l'âme n'intellige qu'une forme à la fois (cf. *supra*, la note 31). Là-dessus voir aussi la contribution de MacIsaac dans le présent volume.

35.– C'est-à-dire un chemin vers les raisons psychiques essentielles. La connaissance (en tant qu'activité) à la fois procède de et retourne à l'essence.

36.– Par « choses extérieures » il faut entendre ici les figures « projetées » dans l'imagination, et non pas les choses sensibles.

37.– En tant qu'elle sort d'elle-même l'activité de la pensée est imparfaite. L'activité parfaite se caractérise par le fait qu'elle ne sort pas d'elle-même, cf. *In Alc*. 16.3s.

> elle est la plénitude (πλήρωμα). Et son activité[38] elle-même serait le terme suprême des études en géométrie et l'oeuvre véritablement d'un don d'Hermès, qui la reconduirait d'une sorte de Calypso à une connaissance plus parfaite et plus intellective et la délivrerait des conceptions figurées qui sont dans l'imagination. Et c'est à cet exercice que doit se consacrer celui qui est véritablement géomètre et tel est le but que ce dernier doit se donner : s'éveiller et se détourner de l'imagination pour aller vers la seule pensée discursive en elle-même, en s'arrachant lui-même aux spatialisations (διαστάσεων) et à l'intellect passif (*sc*. l'imagination)[39] pour atteindre l'activité dianoétique en vertu de laquelle il verra toutes choses sans étendue et verra dans l'indivis le cercle, le diamètre, les polygones < inscrits > dans le cercle et toutes choses en toutes choses et chacune séparément.

Maintenant l'introspection et le retour aux raisons substantielles et innées en l'âme n'est pas la fin dernière de l'exercice « véritable » de la géométrie. Cette introspection est une étape qui permet une remontée juqu'aux Formes absolument transcendantes (les modèles intelligibles), ce que Platon appelle dans le *Phédon* (73b5s.) une réminiscence[40].

L'explication du traité euclidien se présente donc comme un véritable « exercice spirituel »[41], c'est-à-dire un exercice d'élévation vers le divin. Les préoccupations philosophiques de Proclus se traduisent ainsi par le fait que le commentaire devient plus spéculatif en s'élevant à des aperçus d'ordre théologique. Ces explications théologiques peuvent être introduites avant le commentaire plus proprement géométrique d'une proposition euclidienne. C'est ainsi que l'explication de la Proposition I, 1, *Sur une droite limitée donnée, construire un triangle équilatéral*, commence par des considérations générales notamment sur les questions que l'on pose en géométrie (à savoir, ce qu'est l'objet, s'il existe, quels sont ses attributs et pourquoi il est c'est-à-dire quelle est sa cause) et sur les parties d'un problème ou d'un théorème[42]. Puis Proclus en vient à la Proposition elle-même. Son commentaire s'ouvre

38.– Atteindre l'essence intelligible, c'est-à-dire ici les raisons essentielles psychiques, revient à être intellection en acte (une μεταβατικὴ νόησις dans le cas de l'âme) ; cf. *supra*, 46.9-13 : lorsque nous débarrassons la pensée discursive des obstacles que sont les sensations et les représentations alors nous pouvons connaître les raisons qui sont en elle et être « savants en acte » (ἐπιστήμονες εἶναι κατ᾽ ἐνέργειαν).

39.– Cf. *supra* 51.20-53.5.

40.– Pour avoir une représentation d'ensemble de la manière dont les trois types d'universaux s'articulent dans le Néoplatonisme tardif ajoutons que l'universel « abstrait », l'universel « postérieur aux multiples », joue le rôle de « déclencheur de la réminiscence ». Les universaux « abstraits » éveillent les universaux qui sont immanents essentiellement ou substantiellement à l'âme et c'est alors que s'enclenche le processus de projection par l'âme (par la διάνοια), dans l'imagination, de ces universaux innés. Ainsi se trouvent réconciliées réminiscence platonicienne et abstraction aristotélicienne. Là-dessus, cf. Hoffmann (1992-3).

41.– Sur la philosophie comme exercice spirituel dans l'Antiquité, cf. Hadot, P. (1981) et sur le commentaire plus particulièrement comme exercice spirituel,cf. Hoffmann (2006), 615s.

42.– *In Eucl*. 200.22-213.13.

sur des considérations théologiques qui consistent dans l'idée que le triangle équilatéral, qui est le plus beau des triangles, et les deux cercles qui permettent de le construire et qui enveloppent ce triangle, sont des images de la première triade des dieux intellectifs à savoir Kronos, Rhéa (la Source des âmes) et Zeus (le Démiurge Universel). Rhéa, dont le triangle équilatéral est l'image, est en effet contenue par les deux Intellects que sont Kronos et Zeus ; or le cercle est l'image de l'intellect. Puis vient l'explication mathématique avec les critiques qui ont été faites à la construction euclidienne du triangle équilatéral et les réponses qu'il faut apporter à ces critiques[43]. L'explication théologique peut aussi être insérée dans le plan général d'une explication. Le commentaire à la Définition I, 4, *une ligne droite est celle qui est placée de manière égale par rapport aux points qui sont sur elle*, comprend d'abord des développements qui relèvent de problèmes de définition et de classification (que faut-il ranger sous le nom de « ligne simple ? »)[44]. Puis vient une section où est développée l'idée que le circulaire et le droit sont apparentés respectivement à la Limite et à l'Illimité, qui sont les deux grands principes venant après l'Un, le tout premier Dieu. Des développements sur les autres définitions de la ligne droite que celle donnée par Euclide, sur les divisions de la ligne par Geminus et sur la question de savoir pourquoi Euclide ne mentionne pas les lignes mixtes complètent l'explication. Mais bien souvent l'exégèse théologique vient couronner l'explication. C'est le cas par exemple dans le commentaire à la Proposition I, 12, *mener une ligne droite perpendiculaire à une droite illimitée donnée à partir d'un point donné qui n'est pas sur celle-ci*. La section finale[45] de l'explication porte d'ailleurs ici aussi bien sur la Proposition, I, 11 où il s'agit d'élever une perpendiculaire à partir d'un point donné sur une droite que sur la Proposition I, 12 où le problème est, à l'inverse, d'abaisser une perpendiculaire sur une droite. La perpendiculaire élevée, nous dit Proclus, imite la Vie qui s'élève vers les hauteurs tandis que la perpendiculaire abaissée est une image de la Vie qui va du haut vers le bas sans se remplir de l'illimitation liée à la génération. La droite illimitée donnée est le symbole de la matière et le point à l'extérieur porte l'image de l'essence indivisible et séparée des choses engagées dans la matière. La perpendiculaire abaissée est donc une image (géométrique) de la Vie qui procède, en restant immaculée (puisqu'elle n'incline ni d'un côté ni de l'autre), de l'Un vers le monde de la génération. On a là une application particulière, parmi d'autres, du principe qui doit guider selon Proclus la lecture du traité euclidien, principe qui trouve son expression la plus forte dans l'avertissement au lecteur sur lequel se clôt le Prologue II :

43.– *In Eucl*. 214.15ss.
44.– *In Eucl*. 103.21-107.10.
45.– *In Eucl*. 290.14-291.19.

> Avant d'aborder l'examen détaillé de chaque proposition nous avertissons notre lecteur qu'il n'attende pas de nous une reprise de tout ce qui a été traité en long et en large par nos prédécesseurs, à savoir tous les lemmes, tous les cas de figure et toute autre chose de ce genre. Nous en avons été assez gavés et nous n'y toucherons qu'à de rares occasions. Mais toutes les choses qui conduisent à une étude plus attachée aux réalités intelligibles et contribuent à l'entière philosophie, c'est de celles-là principalement que nous ferons mention, cherchant à égaler les Pythagoriciens chez lesquels avait cours ce symbole : *figure et base, et non figure et triobole* [46]; par là ils voulaient montrer que nous devons cultiver cette géométrie qui fait de chaque théorème (*sc.* chaque proposition) un degré pour s'élever et qui emporte l'âme vers les hauteurs < intelligibles >, bien loin de permettre à celle-ci de descendre parmi les sensibles, de satisfaire aux besoins communs des mortels et de négliger, pour n'avoir en vue que ces besoins, de s'en détourner[47].

Mais le fait que les préoccupations métaphysiques soient majeures chez Proclus ne doit pas masquer cet autre fait, à savoir que Proclus est aussi un commentateur du traité d'Euclide. L'intérêt pour la philosophie proclienne des mathématiques a conduit à privilégier l'étude des deux Prologues et à laisser quelque peu dans l'ombre tout le corps du commentaire. C'est le cas de l'essai de N. Hartmann, publié en 1909 (« Des Proklus Diadochus philosophische Anfangsgründe der Mathematik nach den ersten zwei Büchern des Euklidkommentars », *Philosophische Arbeiten*, ed. H. Cohen & P. Natorp, Band IV, Heft 1, Giessen) qui peut être considéré comme pionnier dans la recherche sur la philosophie des mathématiques dans le Néoplatonisme et chez Proclus en particulier[48]. Mais on ne peut pas dire que l'étude de Hartmann est consacrée au Commentaire des *Éléments* d'Euclide par Proclus puisqu'elle ne porte en fait que sur les deux Prologues. Par ailleurs l'essai de Hartmann appelle des réserves sur plusieurs points : l'opposition entre pensée philosophique et mysticisme ; la réduction de l'être mathématique au concept (dans une perspective antiréaliste et conceptualiste) ; l'hypothèse comme « anticipation » ; le fondement comme pré-être ; l'illimité comme

---

46.– 84.16s. : σχᾶμα καὶ βᾶμα, ἀλλ' οὐ σχᾶμα καὶ τριώβολον. Jamblique cite le proverbe sous une forme différente Προτίμα τὸ ῾σχῆμα καὶ βῆμα᾽ τοῦ ῾σχῆμα καὶ τριώβολον᾽, « Préfère la figure (géométrique) et sa base à la figure payée d'un triobole », *Protr*. ch. 21, p. 135 Des Places, et en donne une interprétation semblable à celle de Proclus (*ibid*. p. 150). Chateaubriand le mentionne, comme expression de l'idée de la Trinité, dans le *Génie du Christianisme*, 1re partie, Livre 1, chap. 3 (Gallimard, La Pléiade, 1978, p. 476), sous la forme : Προτίμα τὸ σχῆμα, καὶ βῆμα καὶ Τριώβολον accompagné de la traduction latine suivante : *Honorato in primis habitum, tribunal et Triobolum* (sur la référence que fait Chateaubriand à Ficin, cf. *op. cit*. p. 476, note 1, p. 1683 dans *Notes et Variantes*, qui renvoie à Ficin, *Symbola Pythagorae philosophi*, Venise, 1497, p. 87 : *Honora in primis figuram et arae figuram, ac pretium denariorum trium*).

47.– *In Eucl*. 84.8-23.

48.– On trouvera une traduction française de l'étude de Hartmann dans Breton (1969).

hypothèse même, et, d'une manière générale, l'idée que l'irrationnel « constitue le fond sur lequel s'enlève tout "rationnel" » (cf. Breton, 1969, 178, note 8), qui s'apparente plus à l'ontologie fondamentale heideggerienne qu'au kantisme.

Depuis Hartmann plusieurs travaux importants consacrés à la philosophie des mathématiques dans l'Antiquité tardive en général et plus spécifiquement au Commentaire sur Euclide de Proclus ont fait progresser notre connaissance de ce Commentaire. Signalons en particulier les publications suivantes : S. Breton, (1969). *Philosophie et Mathématique chez Proclus*; W. Beierwaltes, *Proklos*, 1979^{2} ; A. Ch. Saget (1982), *L'architecture du divin. Mathématiques et philosophie chez Plotin et Proclus* ; G. Bechtle et D. O'Meara (2000), *La philosophie des mathématiques de l'Antiquité tardive*[49]. Comme les titres le révèlent l'intérêt est ici d'abord philosophique. D'une manière générale donc, il apparaît que le Commentaire sur les *Éléments* d'Euclide de Proclus attend encore d'être étudié en lui-même, d'une manière compréhensive qui rende compte des dimensions non seulement religieuse et philosophique, mais aussi pédagogique (ou plus exactement psychagogique), rhétorique, épistémologique et scientifique du commentaire[50].

Le séminaire de traduction du Commentaire de Proclus à Euclide, initié par Alain Lernould (CNRS Lille 3) et Bernard Vitrac (CNRS Paris) en 2003-2004, s'est donné ce texte comme un tout pour étudier des questions aussi bien de critique historique que doctrinales, sans négliger la dimension proprement textuelle du commentaire. C'est dans cet esprit qu'ont été organisées en 2004, 2005 et 2006, en alternance à Paris et à Lille, des journées d'études sur l'*In Euclidem* qui réunissaient historiens des sciences et historiens de la philosophie. Le présent volume est le fruit de ces rencontres.

Dans une première section (***les sources***) deux contributions apportent des éclairages importants sur ce que le commentaire de Proclus doit à Jamblique et à Syrianus. Jamblique marque au IV^{e} siècle apr. J.C une étape importante dans le développement du Néoplatonisme en faisant du Platonisme une philosophie essentiellement pythagoricienne et en attribuant aux mathématiques, qu'il place au cœur de la philosophie, le rôle de pivot dans la conversion de l'âme vers l'intelligible. Son *De communi mathematica scientia* (= *Dcms*)

49.– Voir aussi les articles suivants : Mueller (1987) ; Schmitz (1997) ; O'Meara (2005) ; Bechtle (2006).

50.– Proclus ne rejette pas les mathématiques ordinaires au profit d'une seule approche « pythagoricienne » (*i.e.* théologique) des mathématiques comme le prônait Jamblique dans le *De communi mathematica scientia* (91.3-11) mais combine étude technique et point de vue philosophique ou théologique, cf. Mueller (1987), 309 : « It seems to me clear that in the Euclid commentary Proclus blends these two approaches to mathematics (*sc.* l'approche « pythagoricienne » et l'approche « technique ») in an interesting and, at least in relation to extant texts, unique way ».

est à la base du commentaire de Proclus sur Euclide. G. BECHTLE aborde la difficile question de savoir ce qu'il faut entendre par « mathématique générale » dans ce traité de Jamblique à partir de la source aristotélicienne de cette notion. Il montre comment le *Dcms* s'inscrit dans le plan général du vaste ouvrage (en 9 ou peut-être 10 livres) de Jamblique, le *De Pythagorica secta*, consacré à l'École pythagoricienne[51]. Le *Dcms*, qui constitue le troisième livre du *De Pythagorica secta*, présente une construction complexe. Bechtle éclaire celle-ci et montre comment le contenu du *Dcms* peut, malgré les apparences, être harmonisé avec le titre lui-même du traité. A. LONGO analyse ce que Proclus doit à son maître Syrianus dans son argumentation anti-aristotélicienne et anti-abstractionniste concernant le statut ontologique des objets mathématiques. Il manque encore à ce jour une histoire complète et problématisée du débat qui s'est développé dans les écoles néoplatoniciennes sur la question de l'être des objets mathématiques et cette comparaison entre Syrianus et Proclus est une contribution importante pour la reconstruction de cette histoire[52].

La dimension rhétorique et pédagogique des commentaires néoplatoniciens, longtemps négligée au profit en particulier de synthèses doctrinales, fait depuis peu l'objet d'études[53]. la deuxième section du livre (***Rhétorique et représentation des sciences mathématiques***) lui est consacrée. L'étude de D. O' MEARA s'inscrit dans cette perspective en dégageant tout ce que les Prologues de l'*In Euclidem* doivent à la rhétorique de l'éloge. A. BERNARD, de son côté, se propose de mettre en évidence l'arrière-plan rhétorique de la théorie projectionniste de l'activité mathématique en s'appuyant sur le commentaire à la première Proposition. Il met par là en évidence la forte cohérence qu'il y a entre le second Prologue et le commentaire proprement dit.

Certains points de doctrine et des questions concernant les méthodes scientifiques en mathématiques telles que Proclus les présente dans son commentaire sont ensuite abordés dans une troisième section (***Doctrines et méthodes***). N. D'ANDRÈS revient de manière circonstanciée sur la dialectique qui se met en œuvre, chez Jamblique et Proclus, dans l'acte d'apprentissage où le mouvement autonome de l'âme présuppose un agent extérieur qui éveille celle-ci (comme la Belle au Bois Dormant attend son Prince charmant, pour reprendre une image employée par D. O'Meara[54]). Dans son commentaire à Euclide Proclus nous dit qu'à côté de la définition euclidienne de la

51.– Sur le titre et le plan d'ensemble du *De Pythagorica secta* (ou *Sur le Pythagorisme*) de Jamblique, cf. O'Meara (1989), 30-35. Voir aussi la contribution de D. O'Meara dans le présent volume.

52.– Voir aussi O'Meara (1990).

53.– Cf. par exemple Bernard (2003b).

54.– Cf. O'Meara (2001), 120.

ligne comme « longueur sans largeur » existe aussi une autre définition qui dit que la ligne est un « flux (ῥύσις) du point ». L'étude de Nicolas VINEL porte sur le sens du mot ῥύσις, avant et après Aristote, d'après les témoignages notamment de Sextus Empiricus et de Proclus, et sur l'utilisation néoplatonicienne de ce terme que certains textes font remonter au Pythagorisme ancien. D. NIKULIN et G. MACISAAC analysent la manière dont Proclus articule philosophiquement pensée discursive (διάνοια) et imagination (φαντασία), et comment le Lycien se situe entre Aristote, Descartes et Kant. Les Néoplatoniciens ont en effet développé la philosophie de Platon, mais en tenant compte d'Aristote. La contribution de Giovanna GIARDINA illustre parfaitement ce point. La manière dont Proclus, dans l'*In Euclidem*, accorde Platon et Aristote est traitée à partir de la notion aristotélicienne d'infini que Proclus à la fois reçoit et transforme en l'intégrant dans sa propre théorie épistémologique de l'imagination. Francesco ROMANO quant à lui revient sur cette surprenante substitution, dans le commentaire, du terme d'« hypothèse » à celui de « définition » (qu'on a dans Euclide). Grâce à une très minutieuse analyse des passages qui dans Aristote, Platon et Proclus traitent des « principes » il montre que la distinction entre l'hypothèse, qui pose une existence, et la définition, qui pose une signification, doit être fortement atténuée chez Aristote lui-même. Dans le cadre d'un projet général d'interprétation du commentaire de Proclus à Euclide Orna HARARI montre comment, chez Proclus, la démonstration explicative est démonstration de la cause au moyen d'une construction et comment Proclus cherche à remplacer la dérivation syllogistique par la dérivation causale.

Dans une dernière section (***Influence***) La discussion détaillée de David RABOUIN vient heureusement compléter les quelques rares travaux menés sur la question, trop peu encore inexplorée de nos jours, de la réception du commentaire de Proclus à la Renaissance et à l'âge classique[55].

Je voudrais l'homme fait par Euclide.
Et moi, dit Gauvain, je l'aimerais mieux fait par Homère.
Victor Hugo. *Quatrevingt-Treize*
(Troisième partie. Livre septième. V. *Le cachot*)

Aux yeux de Proclus le « divin poète » qu'est Homère[56] fait partie, avec Hésiode et Orphée, des autorités auxquelles Platon s'en remet en matière de théologie. Certes Platon rejette le côté tragique des fictions mythiques, mais quand il instaure la théologie comme science c'est en gardant les fondements tout premiers qu'il a en commun avec ces « Théologiens »[57]. Et il n'y a pas à

55.– Voir Helbing (2000) et surtout maintenant Rabouin (2009).
56.– Cf. *e.g. In Tim*. I, 167.15.
57.– Cf. *Théol. plat.* I, 5, p. 26.16-22.

choisir entre Euclide et la géométrie d'une part, et la science la plus haute qu'est la théologie ou métaphysique d'autre part. Les mathématiques offrent la seule voie véritable qui mène à la théologie comme science, celle qui est proprement platonicienne[58]. En cela Proclus est tout à fait l'héritier de Platon[59] et, plus généralement, du vieux rationalisme grec.

58.– Sur les quatre modes d'exposition théologique, à savoir, symbolique (= Orphée), par images (= Pythagore), divinement inspirée (= les *Oracles chaldaïques*) et dialectique ou scientifique (= Platon), cf. *Théol. plat.* I, 4.

59.– Pour une revendication actuelle de l'héritage platonicien dans l'idée qu'il y a une « affinité essentielle » entre mathématiques et philosophie, cf. Salanskis (2008), 14-26.